



Examen d'Analyse I, DUT 1: GC, GE, GI, GTEE, GTR, IBM, MIP, MKA, ENR et ITE
 Janvier 2025

Duration: 2 heures

Exercice 1 a). Déterminer la limite des fonctions suivantes : (4.5pts)

$$i) \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1 - \cos x + \ln \cos x}{x^4} \right] \quad ii) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \tan x - \sin x}{x(1 - \cos x)} \quad iii) \lim_{x \rightarrow 1} [2 - x]^{\tan \frac{\pi x}{2}}$$

b). a). Montre que l'intégrale

$$I = \int (\sqrt{x^2 + 4}) dx = 2 \ln \left(\frac{x + \sqrt{x^2 + 4}}{2} \right) + \frac{x}{2} \sqrt{x^2 + 4} + k \quad (2.5 \text{ pts})$$

c). Soit $(a, b) \in]0, +\infty[$ tel que $a < b$. Montre que l'application $f :]0, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$,

$$x \rightarrow f(x) = \frac{\ln(1+ax)}{\ln(1+bx)} \quad \text{est strictement croissante.} \quad (2 \text{ pts})$$

Exercice 2 : a) Calculer la dérivée d'ordre n de $g(x) = (x^3 + x^2 + x + 1)e^{-x}$
 (1.5pts)

b). a). Calcul le développement limité ordre 3 au $v(0)$ de $f(x) = (\arcsin 3x)^4 \cos x$ (2 pts)

c). Etudier et représenter graphiquement la fonction $f(x) = \ln c/x$ (2.5 pts)

Exercice 3 a). Déterminer $I = \int_{\Delta} x^2 dx dy$ par changement variable en passant des coordonnées rectangulaires aux coordonnées polaires. (2.5pts)

b). Résoudre les équations différentielles suivantes: $y'' + 8y' + 20y = 300 \sin 4t$ (2.5pts)

BONNE CHANCE