



Contrôle Continu d'Algèbre Linéaire DUT Niveau 1

Classes: (GTEE, GEL, GTR, IBM, MIP, MKA, GC, GI, ENR)

Année académique 2024/2025

Durée : 02h00

Documents non autorisés

Exercice 1 : 6 pts

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad C = (123) \quad D = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

- Après avoir donné la condition nécessaire pour le produit matriciel, calculer si possible les produits matriciels suivant : BA , AC et AB . 1.5 pts
- Pour tout $a \in \mathbb{R}$, on considère la matrice A et le système linéaire (S) suivant :

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{pmatrix} \quad \begin{cases} ax + y + z = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ x + y + az = 1 \end{cases} \quad (S) \text{ aux inconnues réelles, } y, z.$$
 - Discuter le rang de A suivant les valeurs de a . 2 pts
 - Pour quelles valeurs de a le système (S) est-il de Cramer ? Compatible ? 1.5 pts
 - Lorsqu'il est de Cramer, montrer que l'on a nécessairement $x = y = z$. 1 pt

Exercice 2 : 3 pts

Soit $R(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $R(x) = 0$ 2 pts
- Décomposer $R(x)$ en produit de polynômes irréductible dans $\mathbb{R}(x)$ 1 pt

Exercice 3 : 6 pts

Décomposer la fraction rationnelle suivante en éléments simples $F = \frac{1}{x(x-1)^5}$ 6 pts

Exercice 3 : 4 pts

- Soit E un plan vectoriel de base (\vec{i}, \vec{j}) . A tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$, on a $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j} = f_m(\vec{u})$ avec $x' = 2mx + y$ et $y' = mx + my$
 - Calculez $f_m(\vec{i})$ et $f_m(\vec{j})$. 1.5 pts
 - Donnez la matrice A de f_m dans la base (\vec{i}, \vec{j}) . 1 pt
 - Calculez le déterminant de A et en déduire les valeurs de m pour lesquelles f_m est une bijection. 1.5 pts

LA PRESENTATION SERA NOTEE SUR 1 pt